非線形臨界緩和

金沢大理　池　田　　博

1. 研究状況

臨界点近傍の緩和時間の発散（非線形）に関する計算機実験（荻田等，1969）がなされたが，その結果は動的イジング模型の高温展開（鈴木等，1969）のそれと一致しなかった。この問題を理論的に明確に議論するために，一般的な緩和時間が定義された。[1] 非線形緩和時間とその臨界指数は，

$$\tau^{(n,\ell)} = \int_0^\infty dt\ \phi_M(t)/\phi_M(0) \sim \varepsilon^{-\triangle^{(n,\ell)}},\quad \varepsilon = (T-T_c)/T_c$$

と書かれ，ここで $\phi_M(t)$ は時刻 t におけるある物理量（ここではオーダー・パラメータに限る）の平均値で，$\phi_M(\infty)=0$ としてある。エルゴード系では $\triangle^{(n,\ell)}$ は線形緩和関数 (Yahata and Suzuki, 1969) の臨界指数 $\triangle^{(\ell)}$ と一致すると推論され，動的イジング模型に対して確められた。その後新しく計算機実験（Stoll et al., 1973）がなされたが，同様の結果を得ている。しかし，$\triangle^{(\ell)}$ と $\triangle^{(n,\ell)}$ の違う簡単な例が見つかり[2]，さらにスケーリング理論[3]から $\triangle^{(\ell)}-\triangle^{(n,\ell)}=\beta$ が示された（β はオーダー・パラメータの指数）。また $\triangle^{(\ell)}\sim\triangle^{(n,\ell)}$ を確証した高温展開に計算ミスが発見され[4),5]，正しい展開はほぼスケーリングと一致する結果を導く事が分った。他の場合についても高温展開よりスケーリングが確証された。[6]

2. 非線形臨界緩和の性質

臨界点近傍の非線形緩和には次のような性質がある。

(a)　非線形領域は線形領域より強く，緩和時間の発散に寄与する事はない。

(b)　線形と非線形の境界時間 t_0 は臨界点近傍で発散する。

これらを説明する為に，スケーリング理論と矛盾しない発見的議論[3),7]を少し詳しくして提示する。$\tau^{(n,\ell)}$ を次のように線形領域と非線形領域に分ける。

$$\tau^{(n,\ell)}=\int_0^{t_0} dt\ \phi_M(t)/\phi_M(0)/\phi_M(0)+\int_{t_0}^{\infty} dt\ \phi_M(t)/\phi_M(0)$$

ここで $t_0\sim\varepsilon^{-\omega}$, $\int_0^{t_0} dt\ \phi_M(t)/\phi_M(0)\sim\varepsilon^{-\mu}$, $\phi_M(t_0)\sim\varepsilon^{\beta}$ とすれば, $\int_{t_0}^{\infty} dt\ \phi_M(t)/\phi_M(t_0)=\tau^{(\ell)}$ であるから, $\varepsilon^{-\triangle^{(n,\ell)}}\sim\varepsilon^{-\mu}+\varepsilon^{\beta}\varepsilon^{-\triangle^{(\ell)}}$となり, $\triangle^{(\ell)}-\beta\geq\mu$ であればスケーリング則が出る。スケーリング理論からは, $\mu=\triangle^{(n,\ell)}$, $\omega=\triangle^{(\ell)}$ が出る。従って上に述べた性質は明確に書くと (a) $\triangle^{(n,\ell)}\geq\mu$, (b) $t_0\sim\varepsilon^{-\omega}$ となる。 つまり (a) が満されていれば, $\triangle^{(\ell)}$ と $\triangle^{(n,\ell)}$ の関係を議論する際, 非線形領域は考慮しないで良い。

3. 臨界指数の評価

2次元格子のイジング系では $\beta=1/8$ と値が小さいので, スケーリングの厳密な確証は難かしい。最初の $\triangle^{(\ell)}$ は Yahata and Suzuki の結果で, $\triangle^{(\ell)}=2.0\pm0.05$ が動的イジング模型で示された。また, 訂正された展開より $\triangle^{(n,\ell)}\sim1.85$ が暗示される。[4] よって正確な指数の組として, $\{\triangle^{(\ell)}=2,\ \triangle^{(n,\ell)}=1.875\}$ が提案され得る。 しかし, 最近 Rácz と Collins [5] はパデ近似等を用いて $\triangle^{(\ell)}=2.125\pm0.01$, $\triangle^{(n,\ell)}=1.95\pm0.15$ と評価し, 正確な指数の組として $\{\triangle^{(\ell)}=2.125,\ \triangle^{(n,\ell)}=2\}$ を提案している。$\triangle^{(n,\ell)}$ をうまく評価すれば望ましい指数の組が判明するが, $\tau^{(n,\ell)}$ の展開は非常に収束が悪くなっている。これらの指数値は例えば計算機実験 (主に2次元で行なわれる) との比較の時に問題になると思われる。そこで別の緩和関数を考察する。[8] 即ち, 第一時間モーメントの非線形緩和関数

$$\tau_1^{(n,\ell)}=\left[\int_0^{\infty} dt\ \ t\ \phi_M(t)/\phi_M(0)\right]^{\frac{1}{2}}\sim\varepsilon^{-\triangle_1^{(n,\ell)}}$$

で, これは $\tau^{(n,\ell)}$ より展開の収束が良くなっている。スケーリング理論より $\triangle^{(\ell)}-\beta/2=\triangle_1^{(n,\ell)}=\triangle^{(n,\ell)}+\beta/2$ が得られ, これを認めれば $\triangle_1^{(n,\ell)}$ の評価は $\triangle^{(\ell)}$, $\triangle^{(n,\ell)}$の望ましい値を示すはずである。結果は6次の ratio method で指数の組 $\{\triangle^{(\ell)}=2,\ \triangle^{(n,\ell)}=1.875\}$ を支持している。高次の項の計算はもちろん必要と思われる。(実験との比較

は橋本・八田両氏の報告，繰り込み群アプローチは鈴木氏の報告を参照。）

参　考　文　献

1) M. Suzuki, Intern. J. Magnetism **1** (1971), 123.
2) Z. Rácz, Phys. Letters **53A** (1975), 433.
3) M. E. Fisher and Z. Rácz, preprint ; Z. Rácz, Phys. Rev. **B13** (1976), 263.
4) M. Suzuki and H. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **55** (1976), 2041.
5) Z. Rácz and M. F. Collins, Phys. Rev. **B13** (1976), 3074.
6) H. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **55** (1976) 1298, 2027; Sci. Rep. Kanazawa Univ. **21** (1976), 19.
7) M. Suzuki, J. Stat. Phys. **14** (1976), 129, Appendix C.
8) H. Ikeda, Prog. Theor. Phys. to be published.

合金の相分離に及ぼす磁気相互作用

京大教養　川　崎　辰　夫

高温溶融状態から急冷して出来たランダム磁性体では構成原子が十分に一様，且つランダムに混り合っていなければならない。二種類以上の原子又は分子が混晶をつくるかどうかは，統計力学の問題としては，混合によるエネルギー変化と混合により増加するエントロピーとの兼ね合いによって議論できる。二元合金を平均場近似で取り扱うと，相分離（析出）が有限温度で起るかどうかは，A–B 間の結合エネルギーと A–A 間 + B–B 間の結合エネルギーの代数平均との大小により判定される。ここではこの相分離に磁気相互作用がどうきくかを問題にする。

以下次のような磁性 AB 合金をモデルとし，平均場近似の範囲内で論ずる事にする。